## ‘Ασκηση 3

Να λυθούν οι εξισώσεις ι) $|x-4|=5-2x$ ιι) $|x^2-9|+|x^2+3x|=0$

**Λύση**

ι) Αν $x-4\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 4$, τότε:
$|x-4|=5-2x \Leftrightarrow x-4=5-2x \Leftrightarrow 3x=9 \Leftrightarrow x=3$
Η λύση απορρίπτεται γιατι $x\geq 4$

Αν $x-4<0 \Leftrightarrow x<4$, τότε:
$|x-4|=5-2x \Leftrightarrow -(x-4)=5-2x \Leftrightarrow -x+4=5-2x \Leftrightarrow x=1$
Η λύση είναι δεκτή γιατι $x<4$

ιι) $|x^2-9|+|x^2+3x|=0 \Leftrightarrow$
$x^2-9=0 \Leftrightarrow$ και $x^2+3x=0 \Leftrightarrow$
$x^2=9 \Leftrightarrow$ και $x(x+3)=0 \Leftrightarrow$
$x=\pm 3$ και $x=0$ ή $x=-3$
Αρα η λύση της εξίσωσης είναι η κοινή λύση $x=-3$

## ‘Ασκηση 4

Να λυθεί η εξίσωση $\lambda^2(x-1)=4(x-\lambda+1)$

**Λύση**

**Βήμα 1**: Κάνουμε όλες τις πράξεις που σημειώνονται, χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους και κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.

π.χ $\lambda^2(x-1)=4(x-\lambda+1) \Leftrightarrow \lambda^2x-\lambda^2=4x-4\lambda+4 \Leftrightarrow \lambda^2x-4x=\lambda^2-4\lambda+4$

**Βήμα 2**: Παραγοντοποιούμε και τα δύο μέλη

πχ $x(\lambda^2-4)=(\lambda-2)^2 \Leftrightarrow x(\lambda-2)(\lambda+2)=(\lambda-2)^2$ (1)

**Βήμα 3**: Αρχίζουμε την διερεύνηση

α) Βρίσκουμε για ποιές τιμές της παραμέτρου δεν μηδενίζεται ο συντελεστής του x και λέμε ότι τότε έχει μοναδική λύση την οποία και βρίσκουμε.

πχ Αν $(\lambda-2)(\lambda+2)\neq 0 \Leftrightarrow \lambda-2\neq 0 \Leftrightarrow \lambda\neq 2$ και $\lambda+2\neq 0 \Leftrightarrow \lambda\neq -2$
η εξίσωση έχει μοναδική λύση την $x=\dfrac{(\lambda-2)^2}{(\lambda-2)(\lambda+2)} \Leftrightarrow x=\dfrac{\lambda-2}{\lambda+2}$

β) Εξετάζουμε μία μία τις τιμές της παραμέτρου που εξαιρέσαμε πριν, και διαπιστώνουμε αν η εξίσωση γίνεται αόριστη ή αδύνατη.

(τις τιμές της παραμέτρου τις τοποθετούμε στην εξίσωση (1) )

πχ Αν $\lambda=2$ : $0x=0$ η εξίσωση είναι αόριστη
Αν $\lambda=-2$ : $0x=16$ η εξίσωση είναι αδύνατη

## **'Ασκηση 5**

Να λυθεί η εξίσωση $2x-1=(x-6)(x+6)$

**Λύση**

$2x-1=(x-6)(x+6) \Leftrightarrow 2x-1=x^2-36 \Leftrightarrow x^2-2x-35=0$

$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma \Leftrightarrow \Delta=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-35)=4+140=144$

$$x_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\frac{2\pm\sqrt{144}}{2\cdot 1}=\frac{2\pm 12}{2}$$

$x_1=\frac{14}{2}=7$ ή $x_2=\frac{-10}{2}=-5$

## **'Ασκηση 6**

Να βρείτε για ποιές τιμές του μ ,η εξίσωση:

$$x^2+(\mu+1)x+\mu+4=0$$

έχει μία διπλή ρίζα.

**Λύση**

Αφού η εξίσωση έχει μία διπλή ρίζα απαιτούμε $\Delta=0$

΄Αρα $(\mu+1)^2-4\cdot 1\cdot(\mu+4)=0 \Leftrightarrow \mu^2+2\mu+1-4\mu-16=0 \Leftrightarrow \mu^2-2\mu-15=0$

$$\Delta'=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-15)=64$$

$$\mu_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{64}}{2\cdot 1}=\frac{2\pm 8}{2}=5 \text{ ή } -3$$

## **'Ασκηση 7**

Δίνεται η εξίσωση $x^2+3x-5=0$.

α)Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει δύο ρίζες $x_1,x_2$ πραγματικές και άνισες.

β)Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

**Λύση**

α) $\Delta=3^2-4\cdot 1\cdot(-5)=9+20=29>0$ άρα έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

β) ι) $x_1+x_2=-\frac{\beta}{\alpha}=-\frac{3}{1}=-3$ ιι) $P=x_1\times x_2=\frac{\gamma}{\alpha}=\frac{-5}{1}=-5$

ιιι) $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(-3)^2-2\cdot(-5)=19$

ιv) $x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)(x_1^2-x_1x_2+x_2^2)=(-3)[19-(-5)]=-72$

v) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}=\frac{-3}{-5}=\frac{3}{5}$

vi) $\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1\cdot x_2}=\frac{19}{-5}=-\frac{19}{5}$

**'Ασκηση 8**

Να λυθούν οι εξίσωσεις ι)$x^2-6|x|+8=0$ ιι) $x^4-2x^2-8=0$

ιιι) $\frac{x}{x+2}-\frac{x+10}{x^2-4}=\frac{2}{x-2}$

**Λύση**

ι) Θέτουμε $y=|x|$ και η εξίσωση γίνεται $|x|^2-6|x|+8=0$

$\Delta=(-6)^2-4\cdot1\cdot8=4$

$$y_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{6\pm2}{2}=4 \text{ ή } 2$$

Οπότε τώρα έχουμε να λύσουμε τις εξισώσεις

$$|x|=4 \text{ ή } |x|=2$$

$$x=\pm4 \text{ ή } x=\pm2$$

ιι) Θέτουμε $\omega=x^2$ και έχουμε $\omega^2-2\omega-8=0$

$\Delta=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-8)=36$

$$\omega_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{36}}{2}=\frac{2\pm6}{2}=4 \text{ ή } -2$$

'Αρα έχουμε $x^2=4 \Leftrightarrow$ ή $x^2=-2$ Αδύνατη

$$x=\pm2$$

ιιι)

$\frac{x}{x+2}-\frac{x-10}{x^2-4}=\frac{2}{x-2}\Leftrightarrow\frac{x}{x+2}-\frac{x-10}{(x-2)(x+2)}=\frac{2}{x-2}\Leftrightarrow$ Περιορισμοι: $x+2\neq0$ και $x-2\neq0$

$(x-2)(x+2)\frac{x}{x+2}-(x-2)(x+2)\frac{x-10}{(x-2)(x+2)}=(x-2)(x+2)\frac{2}{x-2}\Leftrightarrow$

$(x-2)x-(x-10)=2(x+2)\Leftrightarrow x^2-2x-x+10=2x+4\Leftrightarrow$

$x^2-5x+6=0$ άρα $\Delta=(-5)^2-4\cdot1\cdot6=1$

$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{5\pm1}{2}=3$ ή $2$

Η λύση $x=2$ όμως απορρίπτεται λόγω των περιορισμών.

## Β. Οι ασκήσεις που πρέπει να λύσω

**Ε1.** Να λυθούν οι εξισώσεις:

ι) $\frac{|4-x|-2}{2}=5-\frac{|4-x|+10}{9}$ ιι) $\frac{|x-3|}{2}+\frac{|6-2x|}{3}=8-\frac{|3-x|}{6}$

ιιι) $2|x+3|-4|x-5|=0$ ιν) $\frac{|x+1|}{4}-\frac{|3x-2|}{6}=0$

**Ε2.** Να λυθούν οι εξισώσεις:

ι) ||χ|-2|=5 ιι) |2χ-8|=2χ-8 ιιι)|2|χ-4|-χ+3=0 ιν) $|x^2-4|+|x^2+4x+4|=0$

**Ε3.** Να λυθούν οι εξισώσεις:

ι) $\lambda(2\chi+1)-2(1+2\lambda\chi)=\lambda^2(\chi-1)$ ιι) $2(\lambda^2+2\chi)-\lambda(4+\lambda\chi)=0$

**Ε4.** Να αποδείξετε οτι οι παρακάτω εξισώσεις έχουν πραγματικές ρίζες τις οποίες και να βρείτε:

ι) $\chi^2-2\alpha\chi+\alpha^2-\beta^2+2\beta-1=0$ ιι) $\alpha\beta\chi^2-(\alpha^2+\beta^2)+\beta=0$ με α,β$\neq$0

ιιι) $\chi^2-(\alpha+\frac{1}{\alpha})\chi+1=0$ με α$\neq$0.

**Ε5.** Η εξίσωση $\lambda\chi^2-(\lambda-1)\chi-1=0$ έχει διακρίνουσα 4. ι)Να βρείτε τις τιμές του λ ιι)για την μικρότερη τιμήτου λ που βρήκατε να λύσετε την παραπάνω εξίσωση.

**Ε6.** Δίνονται οι εξισώσεις $\chi^2-\chi-12=0$ (1) και $\chi^2+(2\lambda-9)\chi+\lambda^2-6\lambda=0$ (2).Η μικρότερη ρίζα της (1) είναι και ρίζα της (2).Να βρείτε: ι)το λ ιι) τις ρίζες της (2).

**Ε7**. Αν $\chi_1, \chi_2$ οι ρίζες της εξίσωσης $\chi^2 - 3\chi + 1 = 0$ ,να βρείτε τις τιμές των επόμενων παραστάσεων: α) $\chi_1 + \chi_2$ β) $\chi_1\chi_2$ γ) $\chi_1{}^2 + \chi_2{}^2$ δ) $\chi_1{}^3 + \chi_2{}^3$

ε) $\dfrac{1}{\chi_1} + \dfrac{1}{\chi_2}$ στ) $\dfrac{\chi_2}{\chi_1} + \dfrac{\chi_1}{\chi_2}$

**Ε8**. Αν $\chi_1, \chi_2$ οι ρίζες της εξίσωσης $\chi^2 - 3\chi - 1 = 0$ , να βρείτε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς :

ι) $2\chi_1$ και $2\chi_2$ ιι) $\chi_1{}^2$ και $\chi_2{}^2$ ιιι) $\dfrac{1}{\chi_1}$ και $\dfrac{1}{\chi_2}$ ιν) $\dfrac{\chi_1}{2}$ και $\dfrac{\chi_2}{2}$.

**Ε9**. Να λυθούν οι εξισώσεις :

ι) $x^2 + 2|\chi| - 3 = 0$ ιι) $x^2 - 4 = 3|\chi|$ ιιι) $\chi^4 - 5\chi^2 + 4 = 0$

# <u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4</u>

# <u>ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ</u>

## <u>Α. Οι ασκήσεις που πρέπει να ξέρω</u>

**<u>'Ασκηση 1</u>**

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$4-5(x-2) \geq 13-3(x+1)$ και $1-\frac{7-x}{4} \succ \frac{x}{2}$

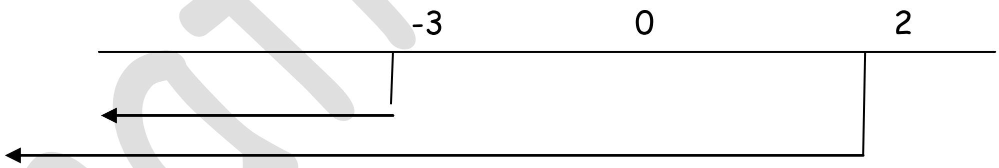
**<u>Λύση</u>**

- Για την πρώτη ανίσωση έχουμε :

$4-5(x-2) \geq 13-3(x+1) \Leftrightarrow 4-5x+10 \geq 13-3x-3 \Leftrightarrow -5x+3x \geq 13-3-4-10 \Leftrightarrow$
$-2x \geq -4 \Leftrightarrow x \leq 2$

- Για την δεύτερη ανίσωση έχουμε :

$1-\frac{7-x}{4} > \frac{x}{2} \Leftrightarrow 4 \cdot 1-4 \cdot \frac{7-x}{4} > 4 \cdot \frac{x}{2} \Leftrightarrow 4-(7-x)>2x \Leftrightarrow 4-7+x>2x \Leftrightarrow$
$x-2x>7-4 \Leftrightarrow -x>3 \Leftrightarrow x<-3$




'Αρα οι κοινές λύσεις είναι $x<-3$ ή $x \in (-\infty,-3)$.

**<u>'Ασκηση 2</u>**

Να λυθούν οι ανισώσεις : ι) $|1-2x|<7$ ιι) $|2x+4|>8$

**<u>Λύση</u>**

ι) $|1-2x|<7 \Leftrightarrow -7<1-2x<7 \Leftrightarrow -7-1<1-2x-1<7-1$

$-8<-2x<6 \Leftrightarrow \frac{-8}{-2} > \frac{-2x}{-2} > \frac{6}{-2} \Leftrightarrow 4>x>-3 \Leftrightarrow -3<x<4$

ιι) $2x+4>8$ ή $2x+4<-8$

$2x>8-4$ ή $2x<-8-4$

$2x>4$ ή $2x<-12$

$x>2$ ή $x<-6$

## Ασκηση 3

Να λυθεί η ανίσωση : $1<|x+5|<3$

**Λύση**

$|x+5|>3 \Leftrightarrow$ και $|x+5|>1 \Leftrightarrow$

$-3<x+5<3 \Leftrightarrow$ και $x+5>1$ ή $x+5<-1 \Leftrightarrow$

$-8<x<-2$ και $x>-4$ ή $x<-6$

## Ασκηση 4

Να λυθούν οι ανισώσεις ι) $x^2+3x-10>0$ ιι) $-x^2+2x-1<0$
ιιι) $3x^2+2x+4>0$ ιv) $x^2+4x+16<0$ v) $2x^2-4x+3>0$ vι)$x^2+2x+1 \leq 0$

**Λύση**

ι) $x^2+3x-10>0$ , $\Delta=3^2-4 \cdot 1 \cdot (-10)=49$

'Αρα $x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{-3\pm 7}{2}$ $x_1=-5$ και $x_2=2$

| $x$ | $-\infty$ -5 2 $+\infty$ |
|---|---|
| $X^2+3x-10$ | + - \| + \| |

'Αρα . $x \in (-\infty,-5)\cup(2,+\infty)$

ιι) $-x^2+2x-1<0$ , $\Delta=2^2-4(-1)(-1)=4-4=0$

'Αρα $x_{1,2}=\frac{-2}{2(-1)}=1$

| $x$ | $-\infty$ 1 $+\infty$ |
|---|---|
| $-X^2+2x-1$ | - \| - |

'Αρα $x \in (-\infty,1)\cup(1,+\infty)$.

ιιι) $3x^2+2x+4<0$ , $\Delta=2^2-4\cdot 3\cdot 4=4-48=-44<0$

'Αρα το τριώνυμο δεν έχει πραγματικές ρίζες και διατηρεί προσημο,το οποίο επειδή $\alpha=3>0$είναι και θετικό.

| $x$ | $-\infty$ $+\infty$ |
|---|---|
| $3X^2+2x+4$ | + |

'Αρα η παραπάνω ανίσωση είναι αδύνατη.

ιv) $x^2+4x+16<0$ , $\Delta=4^2-4 \cdot 1 \cdot 4=16-16=0$

'Αρα $x_{1,2} = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$

| χ | $-\infty$      -2      $+\infty$ |
|---|---|
| $X^2+4\chi+16$ | +      \|      + |

'Αρα η παραπάνω ανίσωση είναι αδύνατη.

v) $2\chi^2-4\chi+3>0$ , $\Delta=(-4)^2-4\cdot 2\cdot 3=16-24<0$

'Αρα το τριώνυμο δεν έχει πραγματικές ρίζες και διατηρεί πρόσημο το οποίο επειδή α=2>0 είναι θετικό.

| χ | $-\infty$      $+\infty$ |
|---|---|
| $2X^2-4\chi+3$ | + |

'Αρα η ανίσωση επαληθεύεται για κάθε πραγματικό αριθμό δηλαδή

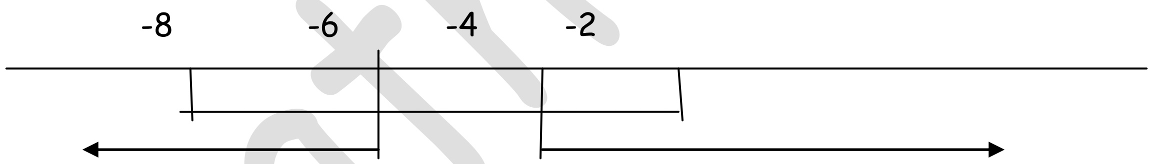
$$x \in \Re$$

vι) $\chi^2+2\chi+1 \leq 0$ , $\Delta=2^2-4\cdot 1\cdot 1=4-4=0$

'Αρα $x_{1,2} = \frac{-2}{2 \cdot 1} = -1$

| χ | $-\infty$      -1      $+\infty$ |
|---|---|
| $X^2+2\chi+1$ | +      \|      + |

Παρατηρούμε ότι το τριώνυμο δεν μπορεί να είναι αρνητικό πουθενά,μοναδική λύση είναι το χ=-1 (για χ=-1 ισχύει $\chi^2+2\chi+1=0$)




Οι κοινές λύσεις είναι : $-8<\chi<-6$ ή $-4<\chi<-2$

**<u>Ασκηση 5</u>**

Να βρείτε για ποιές τιμές του λ ισχύει $(\lambda-2)\chi-2\lambda\chi+2\lambda-3 \leq 0$ για καθε χεR.

**<u>Λύση</u>**

Πρέπει $\Delta \leq 0$ και $(\lambda-2)<0$

$(-2\lambda)^2-4(\lambda-2)(2\lambda-3) \leq 0$      <u>$\lambda<2$ **(1)**</u>

$4\lambda^2-4(2\lambda^2-3\lambda-4\lambda+6) \leq 0$

$-4\lambda^2+28\lambda-24 \leq 0$

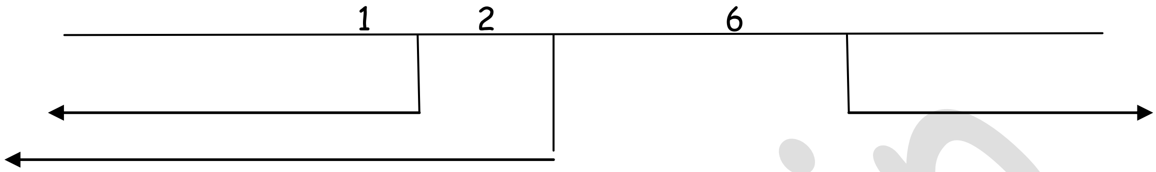
$-\lambda^2+7\lambda-6 \leq 0$(απλοποιήσαμε με το +4)

$\Delta' = 7^2-4(-1)(-6)=49-24=25$

'Αρα $\lambda_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{2(-1)} = \frac{-7 \pm 5}{-2}$ με $\lambda_1=1$ και $\lambda_2=6$

| $\lambda$ | $-\infty$ | 1 | 6 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $-\lambda^2+7\lambda-6$ | - + | - | | |

'Αρα $\lambda \leq 1$ ή $\lambda \geq 6$ **(2)**Συναληθεύοντας τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε




'Αρα οι κοινές λύσεις είναι $\lambda \leq 1$ ή $\lambda \varepsilon (-\infty, 1]$.

***Ασκηση 6***

Να βρείτε για ποιές τιμές του λ ισχύει $4x^2+4(2\lambda-1)x+4-3\lambda>0$ για κάθε $x \varepsilon R$.

***Λύση***

Πρέπει $\Delta<0$

$[4(2\lambda-1)]^2-4(4-3\lambda)4<0$ και $4>0$ που ισχύει πάντα

$16(2\lambda-1)^2-16(4-3\lambda)<0$

$(2\lambda-1)^2 -(4-3\lambda)<0$ (απλοποιήσαμε με το +16)

$4\lambda^2-4\lambda+1-4+3\lambda<0$

$4\lambda^2-\lambda-3<0$, $\Delta'=(-1)^2-4(-3)4=1+48=49$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 4} = \frac{1 \pm 7}{8} \quad \lambda_1 = \frac{-6}{8} = \quad \text{και} \quad \lambda_2 = \frac{8}{8} = 1$$

| $\lambda$ | $-\infty$ | $\frac{-3}{4}$ | 1 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $4\lambda^2-\lambda-3$ | + | - | + | |

'Αρα $\frac{-3}{4}<\lambda<1$ ή $\lambda \varepsilon (\frac{-3}{4}, 1)$.

## ‘Ασκηση 7

Να λυθει η ανίσωση : $(x-2)(x^2+6x+9)(x^2-3x-4)(x^2-x+2)<0$

**Λύση**

Βρίσκουμε τις ρίζες όλων των παραγόντων:

- $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$
- $x^2+6x+9=0$ ,Δ=0 και $x=-3$
- $x^2-3x-4=0$ ,Δ=25 και $x=-1$ ή $x=4$
- $x^2-x-2=0$ ,Δ=-7<0 δεν έχει πραγματικές ρίζες

Σχηματίζουμε τον πίνακα προσήμων:

| x | $-\infty$ | | -3 | | -1 | | 2 | | 4 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-2$ | | - | | - | | - | 0 | + | | + | |
| $x^2-3x-4$ | | + | | + | 0 | - | | - | 0 | + | |
| $x^2+6x+9$ | | + | 0 | + | | + | | + | | + | |
| $x^2-x-2$ | | + | | + | | + | | + | | + | |
| Π | | - | | - | | + | | - | | + | |

‘Αρα $x \in (-\infty,-3) \cup (-3,-1) \cup (2,4)$ .

## ‘Ασκηση 8

Να λυθούν οι ανισώσεις:

ι) $\dfrac{x-3}{x^2-3x-10}<0$ ιι) $\dfrac{(x+2)(x^2-9)}{x^2+2x-3}\geq 0$

**Λύση**

ι) Πρέπει πρώτα να πάρουμε τον περιορισμό :

$x^2-3x-10\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 5$ και $x\neq -2$

Στη συνέχεια έχουμε $\dfrac{x-3}{x^2-3x-10}<0 \Leftrightarrow (x-3)(x^2-3x-10)<0$

Βρίσκουμε τις ρίζες των παραγόντων του γινομένου και φτιάχνουμε τον πίνακα προσήμων

$x-3=0 \Leftrightarrow x=3$ και $x^2-3x-10=0 \Leftrightarrow x=5$ ή $x=-2$

| x | $-\infty$ | | -2 | | 3 | | 5 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-3x-10$ | | + | 0 | - | | - | 0 | + | |
| X-3 | | - | | - | 0 | + | | + | |
| Π | | - | | + | | - | | + | |

‘Αρα $x \in (-\infty,-2) \cup (3,5)$.

ιι) Πρέπει πρώτα να πάρουμε τον περιορισμό

$x^2+2x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ και $x \neq -3$ .

Στη συνέχεια έχουμε $\dfrac{(x+2)(x^2-9)}{x^2+2x-3} \geq 0 \Leftrightarrow (x+2)(x^2-9)(x^2+2x-3) \geq 0$

Βρίσκουμε τις ρίζες των παραγόντων του γινομένου και φτιάχνουμε τον πίνακα προσήμων

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+2$ | | - | ‖ | - | 0 | + | ‖ | + | \| | + | |
| $x^2-9$ | | + | 0 | - | \| | - | ‖ | - | 0 | + | |
| $x^2+2x-3$ | | + | 0 | - | \| | - | 0 | + | \| | + | |
| Π | | - | ‖ | - | \| | + | ‖ | - | \| | + | |

Άρα $x \in (-\infty,-3) \cup (-3,-2] \cup (1,3]$.

Η διπλή γραμμή στις τιμές -3 και 1 σημαίνει ότι οι τιμές αυτές δεν είναι δεκτές γιατί μηδενίζουν τον παρανομαστη .

## Άσκηση 9

Να λυθούν οι ανισώσεις : ι) $\dfrac{2x-1}{x^2-4} \geq 1$ ιι) $\dfrac{4}{x+1} \geq \dfrac{10}{x^2-1} - \dfrac{x}{x-1}$

**Λύση**

ι)Πρέπει $x^2-4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 2$

$$\frac{2x-1}{x^2-4} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2x-1}{x^2-4} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x-1}{x^2-4} - \frac{x^2-4}{x^2-4} \geq 0$$

$$\frac{2x-1-x^2+4}{x^2-4} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+2x+3}{x^2-4} \geq 0 \Leftrightarrow (-x^2+2x+3)(x^2-4) \geq 0$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-x^2+2x+3$ | | - | ‖ | - | 0 | + | ‖ | + | 0 | - | |
| $x^2-4$ | | + | 0 | - | \| | - | 0 | + | \| | + | |
| Π | | - | ‖ | + | \| | - | ‖ | + | \| | - | |

Άρα οι λύσεις είναι $x \in (-2,-1] \cup (2,3]$

Η διπλή γραμμή στις τιμές -2 και 2 σημαίνει ότι οι τιμές αυτές δεν είναι δεκτές γιατί μηδενίζουν τον παρανομαστη .

ιι) Πρέπει $x^2-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$

$$\frac{4}{x+1} \geq \frac{10}{x^2-1} - \frac{x}{x-1} \Leftrightarrow \frac{4}{x+1} \geq \frac{10}{(x+1)(x-1)} - \frac{x}{x-1} \Leftrightarrow$$

$$\frac{4(x-1)}{(x+1)(x-1)} \geq \frac{10}{(x-1)(x+1)} - \frac{x(x+1)}{(x-1)} \Leftrightarrow \frac{4(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{10}{(x-1)(x+1)} + \frac{x(x+1)}{(x-1)} \geq 0$$

$$\frac{4(x-1)-10+x(x+1)}{(x+1)(x-1)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{4x-4-10+x^2+x}{(x+1)(x-1)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+5x-14}{(x+1)(x-1)} \geq 0 \Leftrightarrow$$

Βρίσκουμε τις ρίζες των παραγόντων του γινομένου και φτιάχνουμε τον πίνακα προσήμων

$(x^2+5x-14)(x-1)(x+1) \geq 0$ $\qquad$ $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ και $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

΄Αρα $x^2+5x-14=0 \Leftrightarrow x=-7$ ή $x=2$

| $x$ | $-\infty$ | $-7$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2+5x-14$ | + | 0 | - | | - | | - | 0 | + |
| $x-1$ | - | | - | | - | 0 | + | | + |
| $x+1$ | - | | - | 0 | + | | + | | + |
| Π | + | | - | | + | | - | | + |

'Αρα οι λύσεις είναι $x \in (-\infty,-7] \cup (-1,1) \cup [2,+\infty]$

Η διπλή γραμμή στις τιμές -1 και 1 σημαίνει ότι οι τιμές αυτές δεν είναι δεκτές γιατί μηδενίζουν τον παρανομαστη .

## Β. Οι ασκήσεις που πρέπει να λύσω

**Ε1**.Να λυθούν οι ανισώσεις :

ι) $|x| > 5$,   ιι) $3 \le |x| \le 5$,   ιιι) $|x - 7| < -2$,

ιv) $2 < |x - 1| \le 4$ v) $\dfrac{|x| - 4}{5} < 3$ vι) $\dfrac{|x - 1| - 4}{2} + \dfrac{5}{3} < \dfrac{|x - 1|}{3}$,

vιι) $\dfrac{|x| + 1}{2} - \dfrac{2|x|}{3} > \dfrac{1 - |x|}{3}$

**Ε2**. Να λυθούν οι ανισώσεις:

ι) $x^2 + 2x - 3 \succ 0$   ιι) $-x^2 + 3x + 4 \le 0$   ιιι) $-x^2 + 4x + 12 \succ 0$

ιv) $-3x^2 + 4x + 4 \ge 0$   v) $x^2 - 4x + 4 \ge 0$   vι) $2x^2 - 4x + 2 \prec 0$

vιι) $-x^2 + 8x - 16 \ge 0$   vιιι) $-x^2 + 2x - 3 \ge 0$   ιχ) $-3x^2 + 3x - 1 \le 0$

χ) $3x^2 - 6x + 3 \prec 0$.

**Ε3**. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων:

ι) $\chi^2 - 2\chi - 3 \prec 0$ και $-\chi^2 + \chi + 2 \ge 0$   ιι) $\chi^2 + \chi - 2 \ge 0$ και $\chi^2 + 2\chi - 8 \prec 0$

ιιι) $\chi^2 + 4\chi - 5 \succ 0$ και $\chi^2 - 4 \ge 0$

**Ε4**.Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση $x^2 + (\lambda - 3)\chi + 6 = 0$ έχει 2 ρίζες πραγματικές και άνισες.

**Ε5** .Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση $-x^2 + (\lambda + 5)\chi - 3\lambda - 7 = 0$ να μην έχει ρίζες πραγματικές.

**Ε6**.Να βρείτε τις τιμες του λ ώστε το τριώνυμο $(\lambda - 1)x^2 + 4\chi + \lambda + 2 = 0, \lambda \ne 1$ θετικό.

**Ε7**. Να βρείτε τις τιμες του λ ώστε το τριώνυμο $\lambda x^2+(\lambda-3)\chi+\lambda=0, \lambda\neq 0$

να είναι αρνητικό.

**Ε8** . Να βρείτε τις τιμες του λ ώστε η ανίσωση $4\chi^2+4(2\lambda-1)\chi+4-3\lambda\geq 0$

να αληθεύει πάντα.

**Ε9**. Να λυθούν οι ανισώσεις:

**α.** $(2x-6)\cdot(x^2+2x-3)<0$

**β.** $(x^2+x-6)\cdot(x^2+6x+5)>0$

**γ.** $\dfrac{x^2+3x+5}{x^2-x-6}>0$

**δ.** $\dfrac{(x^2-5x+6)(x^2-1)}{(2-4x)(x^2+6)}\leq 0$

**Ε10**. Να λυθούν οι ανισώσεις:

ι) $\dfrac{\chi^2-5}{\chi-2}\geq 4$ ιι) $\dfrac{\chi+8}{2\chi+1}\geq\chi$ ιιι) $\dfrac{2\chi^2-4\chi+5}{\chi^2+2}\geq 1$ ιν) $\dfrac{\chi}{\chi+3}+\dfrac{3}{\chi}\leq\dfrac{13}{\chi^2+3\chi}$

ν) $\dfrac{\chi-1}{\chi+1}\geq\dfrac{2}{1-\chi}+1.$

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6-7

# ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

## Α. Οι ασκήσεις που πρέπει να ξέρω

**'Ασκηση 1**

Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

ι) $f(x)=\dfrac{x-5}{x^2+2x-3}$ ιι) $f(x)=\sqrt{2x-6}+x-1$ ιιι) $f(x)=\dfrac{\sqrt{3-x}-2}{\sqrt{2x+8}}$ ιv) $f(x)=\sqrt{x+2}-\dfrac{1}{x-3}$

**Λύση**

ι)Πρέπει $x^2+2x-3\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1$ και $x\neq -3$.

'Αρα $A=\mathbb{R}-\{-3,1\}$

ιι)Πρέπει $2x-6\geq 0 \Leftrightarrow 2x\geq 6 \Leftrightarrow x\geq 3$

'Αρα $x\varepsilon[3,+\infty)$

ιιι)Πρέπει $3-x\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 3$ και $2x+8>0 \Leftrightarrow 2x>-8 \Leftrightarrow x>-4$

Η συναλήθευση των δύο περιορισμών μας δίνει $-4<x\leq 3$.

'Αρα $A=(-4,3]$.

ιv)Πρέπει $x+2\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -2$ και $x-3\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 3$.

Από την συναλήθευση των περιορισμών παίρνουμε $A=[-2,3)\cup(3,+\infty)$.

## 'Ασκηση 2

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

**i)** f(x) = $\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}$ **ii)** f(x) = $\sqrt{x^2-4}$

**iii)** f(x) = $\sqrt{-x^2+4x-3}$ **iv)** f(x) = $\frac{1}{\sqrt{x}-1}$

**Λύση**

**i)** Πρέπει $x - 1 \geq 0$ και $2 - x \geq 0$ $\Leftrightarrow$

$x \geq 1$ και $x \leq 2$

$1 \leq x \leq 2$ Άρα $A_f = [1, 2]$

**ii)** Πρέπει $x^2 - 4 \geq 0$ $\Leftrightarrow$ $x \leq -2$ ή $x \geq 2$

Άρα $A_f = (-\infty, -2)\cup(2, +\infty)$

**iii)** Πρέπει $-x^2 + 4x - 3 \geq 0$

$\Delta = 16 - 12 = 4$, ρίζες $\frac{-4\pm 2}{-2} = 3$ ή $1$

Άρα $1 \leq x \leq 3$, οπότε $A_f = [1, 3]$

**iv)** Πρέπει $x \geq 0$ και $\sqrt{x} - 1 \neq 0$

$x \geq 0$ και $\sqrt{x} \neq 1$

$x \geq 0$ και $x \neq 1$ Άρα $A_f = [0, 1)\cup(1, +\infty)$

## 'Ασκηση 3

Δίνεται η συνάρτηση f(x) = $\begin{cases} x^2, & \text{αν } x<0 \\ 2x+3, & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$

Να βρείτε τις τιμές f (– 5), f(0) και f(6)

**Λύση**

$-5 < 0$, άρα $f(-5)=(-5)^3 = -125$.

$f(0) = 2.0 + 3 = 3$

$6 > 0$, άρα $f(6) = 2.6+3 = 15$

## ʽΑσκηση 4

Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου $A(-1, 3)$,

**i)** ως προς τον άξονα $x'x$

**ii)** ως προς τον άξονα $y'y$

**iii)** ως προς τη διχοτόμο της γωνίας $x\hat{O}y$

**iv)** ως προς την αρχή $O$ των αξόνων.

**Λύση**

**i)** $A_1(-1, -3)$

**ii)** $A_2(1, 3)$

**iii)** $A_3(3, -1)$

**iv)** $A_4(1, -3)$

## ʽΑσκηση 5

Να δείξετε ότι :

**i)** Τα σημεία $A(1, 2)$, $B(4, -2)$ και $\Gamma(-3, 5)$ είναι κορυφές ισοσκελούς τριγώνου.

**ii)** Τα σημεία $A(1, -1)$, $B(-1, 1)$ και $\Gamma(4, 2)$ είναι κορυφές ορθογωνίου τριγώνου.

**Λύση**

**i)** $(AB)^2 = (4-1)^2+(-2-2)^2 = 3^2+4^2 = 9 + 16 = 25$

$(A\Gamma)^2 = (-3-1)^2+(5-2)^2 = 4^2+3^2 = 16 + 9 = 25$

Άρα $(\mathrm{AB})^2$ = $(\mathrm{A\Gamma})^2$ $\Rightarrow$ (ΑΒ) = (ΑΓ)

**ii)** $(\mathrm{AB})^2$ = $(-1-1)^2+(1-(-1))^2$ = $2^2+2^2$ = 4 + 4 = 8

$(\mathrm{A\Gamma})^2$ = $(4-1)^2+(2-(-1))^2$ = $3^2+3^2$ = 9 + 9 = 18

$(\mathrm{B\Gamma})^2$ = $(4-(-1)1)^2+(2-1)^2$ = $5^2+1^2$ = 25 + 1 = 26

Επομένως $(\mathrm{AB})^2$ + $(\mathrm{A\Gamma})^2$ = 8 +18 = 26 = $(\mathrm{B\Gamma})^2$ $\Rightarrow$

το τρίγωνο είναι ορθογώνιο στο Α.

**<u>'Ασκηση 6</u>**

Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις να βρείτε τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της συνάρτησης με τους άξονες.

**i)** f(x) = x – 4 **ii)** g(x) = (x – 2)(x – 3)

**iii)** h(x) = (x – 1)$^2$ **iv)** q(x) = $x^2$ + x + 1

**v)** φ(x) = x$\sqrt{x-1}$ **vi)** ψ(x) = x$\sqrt{x^2-4}$

**<u>Λύση</u>**

**i)** $D_f$ = $\mathbb{R}$ .Για $x=0$ έχουμε $f(0)=0-4=-4$

άρα η $C_f$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,-4)$

Για $f(x)=0$ έχουμε $x-4$ = 0 $\Rightarrow$

$x=4$

άρα η $C_f$ τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(4,0)$

**ii)** $D_g$ = $\mathbb{R}$ .Για $x=0$ έχουμε g(0) = (0 – 2)(0 – 3) = 6

άρα η $C_g$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο (0, 6)

Για $g(x)=0$ έχουμε (x – 2)(x – 3) = 0

x – 2 = 0 ή x – 3 = 0

x = 2 ή x = 3

άρα η $C_g$ τέμνει τον άξονα $x'x$ στα σημεία $(2,0)$ και $(3, 0)$

**iii)** $D_h = \mathbb{R}$. Για $x=0$ έχουμε $h(0) = (0-1)^2 = 1$

άρα η $C_h$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, 1)$

Για $h(x)=0$ έχουμε $(x-1)^2 = 0$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

άρα η $C_f$ τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(1,0)$

**iv)** $D_q = \mathbb{R}$. Για $x=0$ έχουμε $q(0) = 0^2 + 0 + 1 = 1$

άρα η $C_q$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, 1)$

Για $q(x)=0$ έχουμε $x^2 + x + 1 = 0$

$\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$

άρα η $C_q$ δεν έχει κοινά σημεία με τον άξονα $x'x$

**v)** Πρέπει $x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$ άρα $D_\varphi = [1, +\infty)$

Ο $x$ δε μπορεί να πάρει την τιμή μηδέν, άρα η $C_\varphi$ δεν έχει κοινό σημείο με τον άξονα $y'y$

Για $\varphi(x)=0$ έχουμε $x\sqrt{x-1} = 0$

$\sqrt{x-1} = 0$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

άρα η $C_\varphi$ τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(1,0)$

**vi)**Πρέπει $x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 4 \Leftrightarrow |x| \geq 2 \Leftrightarrow x \leq -2$ ή $x \geq 2$

Άρα $D_\psi = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

Ο x δε μπορεί να πάρει την τιμή μηδέν, άρα η $C_\psi$ δεν έχει κοινό σημείο με τον άξονα $y'y$

Για $\psi(x) = 0$ έχουμε $x\sqrt{x^2 - 4} = 0$

$\sqrt{x^2 - 4} = 0$

$x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4$

$x = 2$ ή $x = -2$

άρα η $C_\psi$ τέμνει τον άξονα $x'x$ στα σημεία $(2,0)$ και $(-2, 0)$

**‛Ασκηση 7**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 1$. Να βρείτε :

**i)** Τα σημεία τομής της $C_f$ μες τους άξονες.

**ii)** Τις τετμημένες των σημείων της $C_f$ που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$.

**Λύση**

$D_f = \mathbb{R}$

**i)**Για $x = 0$ έχουμε $f(0) = 0^2 - 1 = -1$

άρα η $C_f$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,-1)$

Για $f(x) = 0$ έχουμε $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ ή $x = -1$

άρα η $C_f$ τέμνει τον άξονα $x'x$ στα σημεία $(1,0)$ και $(-1, 0)$

**ii)**Πρέπει $f(x) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 > 0$

$x^2 > 1$

$|x| > 1 \Leftrightarrow x < -1$ ή $x > 1$

## 'Ασκηση 8

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - 5x + 4$ και $g(x) = 2x - 6$. Να βρείτε:

**i)** Τα κοινά σημεία των $C_f$, $C_g$

**ii)** Τις τετμημένες των σημείων της $C_f$ που βρίσκονται κάτω από τη $C_g$

**Λύση**

$D_f = \mathbb{R}$ και $D_g = \mathbb{R}$

**i)** Πρέπει $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 2x - 6$

$x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ή $x = 5$

$f(2) = g(2) = 2.\,2 - 6 = -2$ και $f(5) = g(5) = 2.\,5 - 6 = 4$

Τα κοινά σημεία των $C_f$, $C_g$ είναι $(2, -2)$ $(5, 4)$

**ii)** Πρέπει $f(x) < g(x) \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 < 2x - 6$

$x^2 - 7x + 10 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 5$

## 'Ασκηση 9

Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες και ποιες είναι περιττές :

**i)** $f_1(x) = 3x^2 + 5x^4$ **ii)** $f_2(x) = 3|x| + 1$ **iii)** $f_3(x) = |x+1|$

**iv)** $f_4(x) = x^3 - 3x^5$ **v)** $f_5(x) = \frac{x^2}{1+x}$ **vi)** $f_6(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

**Λύση**

Το πεδίο ορισμού των δοσμένων συναρτήσεων, εκτός της $f_5$, είναι το $\mathbb{R}$.

Οπότε, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει και $-x \in \mathbb{R}$.

**i)** $f_1(-x) = 3(-x)^2 + 5(-x)^4 = 3x^2 + 5x^4 = f_1(x)$ άρα $f_1$ άρτια

**ii)** $f_2(-x) = 3|-x| + 1 = 3|x| + 1 = f_2(x)$ άρα $f_2$ άρτια

**iii)** Είναι $f_3(-1) = |-1+1| = 0$ και $\pm f_3(1) = \pm|1+1| = \pm 2$

Άρα $f_3(-1) \neq \pm f_3(1)$, άρα $f_3$ ούτε άρτια ούτε περιττή

**iv)** $f_4(-x) = (-x)^3 - 3(-x)^5$

$= -x^3 - 3(-x^5)$

$= -x^3 + 3x^5$

$= -(x^3 - 3x^5) = -f_4(x)$ άρα $f_4$ περιττή

**v)** Πεδίο ορισμού είναι το $A = (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$.

Για κάθε $x \in A$ δεν ισχύει και $-x \in A$, αφού $1 \in A$ και $-1 \notin A$.

Άρα $f_5$ ούτε άρτια ούτε περιττή.

**vi)** $f_6(-x) = \dfrac{2(-x)}{(-x)^2+1} = -\dfrac{2x}{x^2+1} = -f_6(x)$, άρα $f_6$ περιττή.

## Β. Οι ασκήσεις που πρέπει να λύσω

**Ε1**.Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

ι) $f(x)=\dfrac{x^2-9}{x^2+3x-4}$ ιι) $f(x)=\dfrac{2x-3}{x^2+3x-4}-\dfrac{4}{x-3}$ ιιι) $f(x)=\sqrt{|x|-6}$

ιν) $f(x)=\dfrac{x-3}{\sqrt{3-|x|}}$ ν) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-2x}-\dfrac{\sqrt{x+6}}{x^2-9}$ νι) $f(x)=\sqrt{x^2-4x-5}$

νιι) $f(x)=\dfrac{2x-1}{\sqrt{-2x^2+x+6}}$ νιιι) $f(x)=\dfrac{\sqrt{-x^2+3x+10}}{x-2}$

**Ε2**. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2-4x+5$.

α)Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της f;

β)Να βρείτε τις τιμές :

ι)f(-2) ιι)f(0) ιιι)f(5).

γ)Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

ι)f(-3α) ιι)$f(2\alpha^2)$ ιιι)f(α-β)

δ)Να λύσετε την εξίσωση f(x)=2

**Ε3**. Δίνονται τα σημεία Α(2χ-7,3-y) και Β(-5,1).Να βρείτε τα χ ,y ώστε τα Α,Β να είναι συμμετρικά ως προς: ι)τον άξονα χ΄χ ιι)τον άξονα yy΄ ιιι)την αρχή των αξόνων ιν)την διχοτόμο της 1ης και 3ης γωνίας των αξόνων.

**Ε4**. Δίνονται τα σημεία Α(-2,3) και Β(1,5).

α)Να βρείτε την απόσταση ΑΒ.

β)Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΟ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

γ)Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΟ

**Ε5.** Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των παρακάτω συναρτήσεων με τους άξονες:

ι) $f(x)=\chi^2-3\chi-4$ ιι) $f(x)=|2x-5|$ ιιι) $f(x)=\dfrac{x+6}{x-2}$ ιv) $f(x)=\dfrac{x-5}{x^3}$

v) $f(x)=\sqrt{4-x}$ vι) $f(x)=|x-1|-|2-x|$

**Ε6.** Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=|x-2|-5$.Να βρείτε: ι)τα σημεία τομής της $C_f$ με τους άξονες. ιι)τα διαστήματα στα οποία η $C_f$ βρίσκεται: α)πάνω από τον χχ΄ β)κάτω από τον χχ΄.

**Ε7.** Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x)=x^2-\lambda x+2 \quad \text{και } g(x)=\mu x^2+x+8$$

Η $C_f$ τέμνει τον άξονα χ΄χ σε σημεί με τετμημένη 2,ενώ η $C_g$ διέρχεται από το σημείο Κ(-2,2).Να βρείτε:

α)τους αριθμούς λ και μ.

β)τα κοινά σημεία των $C_f$ και $C_g$.

**Ε8.** Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες οι παρακάτω ευθείες είναι παράλληλες:

ι) ε:y=(3λ-5)χ+2 ζ:y=4χ-1 ιι)ε: y=(λ-3)χ-1 ζ:y=(5-λ)χ+4

ιιι)ε: y=($\lambda^2+4\lambda$)χ -7 ζ: y=(λ+10)χ+21

**Ε9.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας:

ι)που είναι παράλληλη στην ευθεία ε:y=-3χ+2 και διέρχεται απο το σημείο Α(2,-1)

ιι) που είναι παράλληλη στην ευθεία ε:y=2χ+5 και διέρχεται απο το σημείο Α(2,-13).